

Written by J.B

Thursday, 27 November 2008 14:28 - Last Updated Wednesday, 10 December 2008 14:14

---

There are no translations available.

Au cours de l'année 1918, alors qu'il était en train de s'intéresser à la physique mathématique, et en particulier à la théorie générale de la relativité, Hermann Weyl publie *Das Kontinuum*, une œuvre sur les fondements des mathématiques qui compte parmi ses œuvres majeures. C'est un grand texte épistémologique où Hermann Weyl remet en cause la vision de la théorie des ensembles sur les fondements des mathématiques sur laquelle il avait quelques années auparavant écrit des articles plutôt favorables.

Cette œuvre est intéressante pour l'épistémologue ou l'historien des sciences car Hermann Weyl y défend une position originale appuyée à la fois sur une réflexion intrinsèque aux mathématiques qui possède certains des traits de l'intuitionnisme et annonce la future (et éphémère) adhésion d'Hermann Weyl à la philosophie des mathématiques de L.E.J. Brouwer, et sur une vision profonde des rapports entre les structures mathématiques construites par l'esprit et les besoins de la physique mathématique.

Hermann Weyl y défend une position qui consiste à renouveler la notion d'ensemble et de fonction mais à conserver la logique classique et le tiers-exclu contrairement à ce qu'on trouve dans l'intuitionnisme brouwérien. Ce renouvellement des notions d'ensemble et de fonction est fondé sur: 1) l'insistance sur le fait que tout ensemble ou fonction doit naître comme extension d'une relation construite par itération d'opérations logiques à partir d'objets et de relations primitives, 2) le prédicativisme qu'Hermann Weyl hérite des travaux de Bertrand Russell. Cela consiste à refuser toute définition d'un ensemble ou d'une fonction qui s'appuie sur la donnée d'un ensemble dont l'objet à définir est un des éléments. Ce prédicativisme passe chez Hermann Weyl par l'adoption d'une logique du premier ordre, où la quantification est réservée aux objets primitifs, 3) le présupposé selon lequel la seule catégorie sur laquelle on puisse s'appuyer pour reconstruire l'édifice mathématique est la donnée de la série des entiers et en particulier de sa structure itérative. Cette importance primordiale de l'itération et de l'induction mathématique rapproche la pensée d'Hermann Weyl de celle d'Henri Poincaré en arithmétique.

Mes travaux sur le sujet ont précédé mon travail de thèse. Ils sont le sujet de mon mémoire de DEA et ont amené à quelques autres productions textuelles et interventions orales. Mes contributions peuvent être résumées ainsi:

La hiérarchie des ensembles/rerelations construites par Hermann Weyl dans *Das Kontinuum* ne doit pas être confondue avec celle de la théorie des types ramifiées de Russell même si elle en est en partie inspirée. Parce qu'Hermann Weyl refuse tout principe du type de l'"axiome de

Written by J.B

Thursday, 27 November 2008 14:28 - Last Updated Wednesday, 10 December 2008 14:14

---

réductibilité" de Russel, la hiérarchie qu'il propose possède des niveaux qui sont beaucoup plus autonomes que ceux de Russel. Chaque ensemble/fonction d'un certain niveau ne dépend que d'un nombre fini d'ensemble/fonction des niveaux inférieurs (et non pas de la

*totalité*

des niveaux inférieurs comme chez Russel) Par cette restriction, Hermann Weyl peut définir chaque niveau de sa hiérarchie sans avoir à supposer qu'on dispose

*en extension*

(au sens des logiciens) des ensembles des niveaux inférieurs. Ainsi, la position d'Hermann Weyl amène à une révision des relations qu'entretiennent les niveaux logiques de l'intension et de l'extension. Cela conduit à une séparation nette de la partie logique des mathématiques et de la partie qui en est irréductible. Malgré les fortes restrictions imposées par Hermann Weyl à la construction des ensembles, son système n'est pas stérile car il autorise une utilisation très générale de la définition par induction qui permet de simuler une quantification sur les ensembles et donc ne ne pas en rester au seul niveau 1 de la hiérarchie russellienne. Nous avons montré que cette adoption d'un fort principe de définition par induction est justifié dans la pensée d'Hermann Weyl par une croyance, proche de celle d'Henri Poincaré, en une capacité de l'esprit à saisir en une totalité unifiée toute catégories d'objets (et non pas seulement les entiers) issues de la répétition indéfinie d'une même opération déjà construite. Nous avons montré que le caractère transcatégorial de cette induction est justifiée par le fait qu'Hermann Weyl, bien qu'il se démarque fortement de la position formaliste de son maître David Hilbert, a cependant une conception formelle de la série des entiers au sens où l'essence des entiers consiste entièrement dans leur structure itérative.